

**Intension:** Inhalt eines Begriffs; also (eine Bezeichnung) der Gesamtheit aller Eigenschaften, die man mit diesem Begriff verbindet. (F. L. Gottlob Frege: „Gegebenheitsweise eines Gegenstandes“)

**Extension:** Umfang eines Begriffs; also die Gesamtheit der Objecte einer speziellen Welt, die unter diesen Begriff fallen, also alle seine intensionalen Eigenschaften erfüllen.

Zwei Begriffe heißen intensional (bzw. extensional) gleich, wenn ihre Intension (bzw. Extension) gleich ist.

**Corollar:** Intensionale Gleichheit zweier Begriffe zieht in jeder Welt deren extensionale Gleichheit nach sich.

**Beispiele:**

- Die intensional verschiedenen Begriffe „Hesperus (Morgenstern)“, „Phosphorus (Abendstern)“ und „Venus“ haben in unserer materiellen Welt die selbe Extension, nämlich eine Gesamtheit, in der nur ein Planet enthalten ist.
- Die Terme  $'3 + 5'$  und  $'5 + 3'$  haben in der Welt der Zahlen die selbe Extension, nämlich eine Gesamtheit, welche nur aus der Zahl 8 besteht.
- Andererseits ist die Extension der Zahl 8 in der Welt der Terme die Gesamtheit aller Terme, die die Eigenschaft haben, die Zahl 8 zu repräsentieren, also  $'3 + 5'$ ,  $'5 + 3'$  &c.. Somit ist der Begriff der Zahl 8 in der Welt der Terme kein Individualbegriff (im Gegensatz zu allen obigen Beispielen).

Wie man aus den letzten beiden Beispielen sieht, ist die Frage, ob der Term  $'3 + 5'$  eine Intension der Zahl 8 oder umgekehrt die Zahl 8 eine Intension des Terms  $'3 + 5'$  ist, erst dann zu beantworten, wenn man eine „Welt“ als Bezug angegeben hat.

Obwohl dieser Bezug das Wesentliche ist, wird er oft weggelassen: Man spricht z. B. von „extensionaler“ und „intensionaler Gleichheit von Functionen“, und meint mit letzterem z. B. die syntaktische Gleichheit der Funktionsdefinitionen. Wesentlich ist hierbei jedoch der Bezug auf eine Welt von Functionen. Variiert man den Funktionsbegriff, so verändert man auch den der extensionalen Gleichheit.

Eine Sprache heißt „extensional“, wenn in ihr das Extensionalitätsaxiom gilt, welches besagt, daß extensional gleiche Begriffe gegeneinander austauschbar sind (Gottfried Wilhelm Leibniz: Austauschbarkeit *salva veritate*). Während dieses Axiom für die Mathematik innerhalb der Mengenlehre gültig zu sein scheint, ist dies für die Klassentheorie und intensionale Logiken nicht der Fall:

- Sei  $'='$  die Gleichheit. Sei  $'\sim'$  gegeben durch  $'a \sim b'$  falls  $'a = b \wedge b \neq \mathcal{V}'$ , wobei  $'\mathcal{V}'$  die Allklasse bezeichne. In der Welt der Klassen haben  $'='$  und  $'\sim'$  die gleiche Extension, nämlich eine Gesamtheit, welche nur aus der Identitätsrelation besteht. Es gilt aber  $'\mathcal{V} = \mathcal{V}'$  im Gegensatz zu  $'\mathcal{V} \not\sim \mathcal{V}'$ .
- Eine Logik, in der intensionale und extensionale Objecte gleichermaßen unterstützt werden, findet man in Melvin C. Fitting, *Types, Tableaus, and Gödel's God*, Kluwer, 2002.